

# 小波域隐 Markov 交叠树模型及块效应评价<sup>\*</sup>

郭小卫<sup>1</sup> 田 铮<sup>1,2,3</sup> 林 伟<sup>1,2</sup>

(西北工业大学计算机科学与工程系 西安710072)<sup>1</sup> (西北工业大学应用数学系 西安710072)<sup>2</sup>

(模式识别国家重点实验室 中国科学院自动化研究所 北京100080)<sup>3</sup>

**摘 要** 本文针对小波域隐 Markov 树模型(hidden Markov tree model, HMT)的块效应问题,分析了块效应的产生机理,给出了以图像去噪为基础的块效应评价准则,并提出小波域隐 Markov 交叠树模型(hidden Markov overlapping tree model, HMOLT)和基于该模型的图像去噪算法。该模型通过对每个节点的数据扩展,使每个节点包括相邻的3个(1维)或9个(2维)小波系数,实现同一尺度相邻节点数据的交叠,有效地减轻 HMT 因树状结构而产生的块效应。实验表明,本文给出的模型和去噪算法,无论是在均方误差(MSE)、块效应指标,还是在主观视觉方面,都优于 HMT 和基于 HMT 的去噪算法。

**关键词** HMT, HMOLT, 块效应, 图像去噪, 小波

## Wavelet-Domain Hidden Markov Overlapping Tree Model and Artifact Evaluating

GUO Xiao-Wei<sup>1</sup> TIAN Zheng<sup>1,2,3</sup> LIN Wei<sup>1,2</sup>

(Department of Computer Science and Technology, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)<sup>1</sup>

(Department of Mathematics and Information Science, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)<sup>2</sup>

(National Key Laboratory for Pattern Recognition, Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083)<sup>3</sup>

**Abstract** For solving the artifact problem of wavelet-domain hidden Markov tree mode (HMT), the mechanism of artifacts is analyzed and an artifact rule for evaluating the artifacts is proposed. Then, a new hidden Markov overlapping tree mode (HMOLT) and a denoising algorithm based on HMOLT are developed. By extending the data dimension in each node from 1 to 3 (1D) or 9 (2D), the wavelet coefficients in adjacent nodes at the same scale are overlapping, and so the artifacts are reduced effectively. Simulations show that the new model and the denoising algorithm perform better than HMT and HMT based denoising algorithm not only in mean square error (MSE) and the artifact rule, but also in human vision.

**Keywords** HMT, HMOLT, Artifact, Image denoising, Wavelet

## 1 引言

近年来,多尺度 Markov 模型<sup>[1~4]</sup>已成为在统计信号与统计图像处理领域的研究热点,其最重要特点是引入了定义在树上的因果 Markov 性。与 MRF(Markov 随机场)相比,多尺度 Markov 模型具有可变尺度、计算量小(无需迭代)、对数据无需设定不自然的顺序等优点。在多尺度 Markov 模型的基础上, Crouse 等人提出了小波域隐 Markov 树模型(wavelet-domain hidden Markov tree mode, HMT)<sup>[5]</sup>。HMT 是一类特殊的多尺度 Markov 模型,它利用多尺度 Markov 模型对小波系数对应的某种隐状态建模,能很好地刻画小波系数的统计特征,可能成为基于小波的统计信号与图像处理的有效工具,目前也有一些成功的应用,如信号检测与估计<sup>[5]</sup>、图像去噪<sup>[6]</sup>、图像分割<sup>[7]</sup>等。

块效应一直是多尺度 Markov 模型的主要问题之一。虽然已有一些针对多尺度 Markov 模型块效应的解决办法,如后验平滑<sup>[8]</sup>、交叠树<sup>[9]</sup>、上下文模型<sup>[3,4]</sup>等,但这些方法或不适合于 HMT,或会大大增加 HMT 的计算量。本文提出一种新的小波域隐 Markov 交叠树模型(wavelet-domain hidden

Markov overlapping tree model, HMOLT),能有效地减轻 HMT 的块效应,并在此基础上,给出了一种基于 HMOLT 的图像去噪算法。为了客观地评价 HMOLT 对块效应的减轻程度,本文还分析了块效应的产生机理及表现形式,给出了以及一种基于图像去噪的块效应评价准则。对普通光学图像的去噪试验表明, HMOLT 及基于 HMOLT 的去噪算法无论是在 MSE(均方误差)、块效应指标方面,还是在主观视觉方面,都明显优于 HMT 及基于 HMT 的去噪算法。

## 2 小波域隐 Markov 树模型

### 2.1 HMT 的定义

小波变换具有局部性、多分辨的特点。由于小波变换的多分辨特征,原始信号被分解到多个尺度上。随着尺度的增加,小波系数的数量也以2的指数次幂减少,而且,对应于 Haar 小波,粗尺度上的一个小波系数仅与下一级尺度上的四个小波系数相关,因而,小波系数可被自然地对应到树状结构上,见图1。

大量的统计研究表明,大多数自然信号或图像经小波变换后同一尺度内的小波系数呈现尖峰、长拖尾的非 Gauss 分

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(No. 60375003)与航空科学基金(No. 03153059)资助课题。郭小卫 博士生,主要从事统计信号与图像处理、模式识别和多尺度统计建模等方面的研究。田 铮 教授,博士生导师,主要从事非线性时间序列分析、非参数统计、小波变换与人工神经网络等智能化信息处理的理论和方法的研究;从事多尺度非线性随机模型与图像处理的理论,方法与应用的研究。林 伟 讲师,博士生,主要从事统计信号与图像处理,非参数统计和多尺度统计建模与图像处理等方面的研究。

布特征<sup>[10,11]</sup>;不同尺度间的小波系数具有相关性<sup>[12,13]</sup>,即,某一节点的小波系数的大小与其父节点的小波系数的大小有关。

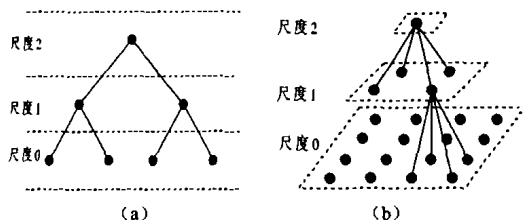


图1 (a)一维信号的小波系数对应的二叉树结构  
(b)图像的小波系数对应的四叉树结构

HMT 利用树状 Markov 结构(概率树)来反映小波系数在尺度间的相关性,具体地说,是利用尺度上的 Markov 链对小波系数对应的隐状态而非系数本身建模(因此被称为小波域隐 Markov 树模型),而隐状态表明了小波系数的“大小”。对应于图像的小波域隐 Markov 四叉树模型如图2所示,图中的黑点代表小波系数,白点代表隐状态,每对父子状态之间的连线对应着如下的状态转移概率矩阵:

$$A_{i, \rho(i)} = \begin{bmatrix} p_{S_i|S_{\rho(i)}}(S_i=S|S_{\rho(i)}=S) & p_{S_i|S_{\rho(i)}}(S_i=S|S_{\rho(i)}=L) \\ p_{S_i|S_{\rho(i)}}(S_i=L|S_{\rho(i)}=S) & p_{S_i|S_{\rho(i)}}(S_i=L|S_{\rho(i)}=L) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\rho(i)$  表示节点  $i$  的父节点。从而,树上每个节点状态的分布都可以由根节点状态的分布和若干这样的状态转移概率矩阵确定。

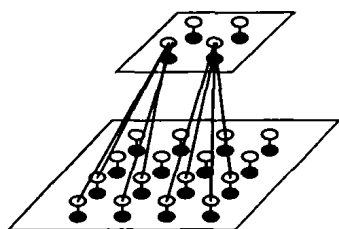


图2 二维小波域隐 Markov 模型

HMT 利用混合 Gauss 分布对同一尺度内小波系数的非 Gauss 分布建模。“大”状态的小波系数用方差大的 Gauss 分布建模,“小”状态的小波系数用方差小的 Gauss 分布建模。定义:

$$g(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2)$$

表示均值为  $\mu$  方差为  $\sigma^2$  的 Gauss 分布函数,每个小波系数在“大”状态  $L$  或“小”状态下  $S$  的条件分布为:

$$f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=m) = g(w_i, \mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2) \quad (3)$$

其中,  $m=S$  或  $L, \sigma_L^2 > \sigma_S^2$ , 从而,每个小波系数的边缘分布被两个混合元的混合 Gauss 分布来建模:

$$f_w(w) = \sum_{m=S,L} p_S(m) f_{w|S}(w|S=m) \quad (4)$$

其中,  $\sum_{m=S,L} p_S(m) = 1$ 。

混合 Gauss 模型的状态数(混合元的个数)可以大于2,但通常两状态的混合 Gauss 模型就能很好地拟合自然图像的小波系数的非 Gauss 分布特征<sup>[10,14]</sup>。

## 2.2 HMT 的训练

HMT 的参数  $\theta$  包括:(1)根节点状态的概率  $p_{S_1}(m)$ ;(2)

状态转移概率矩阵  $A_{i, \rho(i)}$ ;(3)混合模型的参数:  $\mu_{i,m}$  和  $\sigma_{i,m}^2$ 。

HMT 的训练通常采用 EM 算法(传统 HMM 中的 Baum-Welch 算法)。EM 算法是一种迭代算法,首先假定一个初始的  $\theta$ ,在每一次迭代中,通过计算  $E[\log f(w, S|\theta) | w, \theta]$  (E 步)并使之最大化(M 步)得到新的  $\theta$  的估计  $\theta^{+1}$ ,最终通过多次迭代,得到  $\theta$  的精确估计,具体算法见文[5]。EM 算法每次迭代的计算量为  $O(m, n)$ ,即与状态数和节点数成线性关系。

## 2.3 基于 HMT 的信号估计

文[5]中给出了基于 HMT 的信号估计算法。对一含加性 Gauss 白噪声的信号做小波变换,由于小波变换的线性性质,有:

$$w_i = y_i + n_i \quad (5)$$

其中,  $w_i, y_i, n_i$  分别表示含噪信号、原信号和噪声的小波系数。因为 Gauss 白噪声经小波变换后仍为同方差的 Gauss 白噪声,因此,若  $Y_i$  服从二元混合 Gauss 分布,则  $W_i$  亦服从二元混合 Gauss 分布。可以利用 HMT 对  $\{w_i\}$  建模并训练,估计出含噪小波系数  $w_i$  的混合 Gauss 分布的方差  $\gamma_{i,m}^2$ ,进而得到原信号小波系数  $y_i$  所服从混合 Gauss 分布的方差的估计:

$$\sigma_{i,m}^2 = \gamma_{i,m}^2 - \sigma_n^2 \quad (6)$$

若  $w_i$  对应的状态  $S_i$  已知,  $y_i$  的最小均方估计(MMSE)为:

$$\hat{y}_i = E[Y_i | W_i = w_i, S_i = m] = \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_{i,m}^2 + \sigma_n^2} w_i \quad (7)$$

然而 EM 算法并不能给出  $S_i$  的估计,作为 EM 算法的中间结果,  $p(S_i | w, \theta)$  可被用于给定模型参数与观测数据条件下  $y_i$  的估计:

$$\hat{y}_i = E[Y_i | w, \theta] = \sum_m p(S_i = m | w, \theta) \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_{i,m}^2 + \sigma_n^2} w_i \quad (8)$$

通过逆小波变换,就可以得到原信号的估计。

## 3 HMT 块效应的产生机理及块效应评价

将 HMT 用于普通光学图像的去噪,重构图像的块效应是较明显的。经分析,我们认为块效应的产生有两方面的原因,一是由于 Haar 小波自身的不连续性,严格地讲,只有 Haar 小波变换才能与如图1所示的树状结构相对应,因为 Haar 小波是紧支撑的,且长度为2,因而粗尺度上的一个小波系数只与细尺度下的四个小波系数相关。但是由于 Haar 小波的不连续性,会造成严重的块效应。

另一方面,因为 HMT 的树状结构,使得同一尺度相邻节点的相关性与它们在树上的距离有关。通常情况下,在每一级尺度上,位置相邻的小波系数本应具有较强的相关性,具体地讲,相邻小波系数的值一般相差不大,但是由于模型的树状结构,使得在  $2i$  和  $2i+1$  处的相邻小波系数的估计相差较大,而在  $2i-1$  和  $2i$  处相邻小波系数的估计相差相对较小。

利用上述两种块效应的产生机理,可以给出基于图像去噪的块效应的评价准则。设重构小波系数(小波系数的估计)在尺度  $j$  上  $2i$  和  $2i+1$  处的差为  $\hat{w}_{2i} - \hat{w}_{2i+1}$ ,在  $2i-1$  和  $2i$  处的差为  $\hat{w}_{2i-1} - \hat{w}_{2i}$ ,原小波系数在尺度  $j$  上  $2i$  和  $2i+1$  处的差为  $w_{2i} - w_{2i+1}$ ,在  $2i-1$  和  $2i$  处的差为  $w_{2i-1} - w_{2i}$ ,则在通常情况下应有:

$$\sum_i [(\hat{w}_{2i} - \hat{w}_{2i+1}) - (w_{2i} - w_{2i+1})]^2 > \sum_i [(\hat{w}_{2i-1} - \hat{w}_{2i}) - (w_{2i-1} - w_{2i})]^2 \quad (9)$$

上式不是绝对的,但实验表明,对于 Haar 小波,在绝大多数情况下是成立的。上式左右两端的差的绝对值就表明了小波系数的估计在尺度  $j$  上的块效应,差的绝对值越大,块效应越严重。定义:

$$b^j = \frac{1}{N^j} \left| \sum_i \{ [(\hat{w}_{2^j}^i - \hat{w}_{2^j}^{i+1}) - (w_{2^j}^i - w_{2^j}^{i+1})]^2 - [(\hat{w}_{2^j}^{i-1} - \hat{w}_{2^j}^i) - (w_{2^j}^{i-1} - w_{2^j}^i)]^2 \} \right| \quad (10)$$

和

$$b = \frac{1}{L} \sum_j b^j \quad (11)$$

$b$  的大小就反映了重构图像总的块效应, (10) 式中的  $N^j$  为该尺度下小波系数的数目, (11) 式中的  $L$  为小波分解的级数。注意到(10)式又可写为:

$$\begin{aligned} b^j &= \frac{1}{N^j} \left| \sum_i \{ [(\hat{w}_{2^j}^i - w_{2^j}^i) - (\hat{w}_{2^j}^{i+1} - w_{2^j}^{i+1})]^2 - [(\hat{w}_{2^j}^{i-1} - w_{2^j}^{i-1}) - (\hat{w}_{2^j}^i - w_{2^j}^i)]^2 \} \right| \\ &= \frac{1}{N^j} \left| \sum_i [(e_{2^j}^i - e_{2^j}^{i+1})^2 - (e_{2^j}^{i-1} - e_{2^j}^i)^2] \right| \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $e$  为估计的残差, 可见, 块效应可用小波系数的估计误差来表示。

利用小波系数来评价块效应不够直接, 也仅能用来评价基于小波变换的估计方法, 为此, 我们改用直接利用图像的灰度值来评价块效应。由于尺度  $j$  上的一个小波系数对应图像上  $2^j \times 2^j$  大小的图像块, 该小波系数大小的变化主要影响对应  $2^j \times 2^j$  大小的图像块的均值, 因此, (12) 式可改写为:

$$b^j = \frac{1}{N^j} \left| \sum_i [(B_{2^j}^i - B_{2^j}^{i+1})^2 - (B_{2^j}^{i-1} - B_{2^j}^i)^2] \right| \quad (13)$$

其中,  $B_{2^j}^i$  为重构图像与原图像的差图像在尺度  $j$  上第  $n$  个水平(垂直)方向的图像块的均值,  $N^j$  为该尺度图像块的数目。为使具有不同 MSE 的重构图像的块效应具有可比性, 最终的块效应评价指标被定义为:

$$b = \frac{1}{MSE \times L} \sum_{j=1}^{L-2} b^j \quad (14)$$

#### 4 小波域隐 Markov 交叠树模型

解决 Haar 小波的不连续性造成的块效应的方法比较简单, 即采用更长、更光滑的小波滤波器, 但过长的滤波器会增加小波变换的计算量, 同时也会破坏小波系数树状 Markov 结构的假设条件, 去噪效果反而会下降。实验中我们发现, 滤波器长度在 4~12 之间效果最好, 不但能很有效地减轻块效应, 而且在 MSE 方面表现也明显优于 Haar 小波, 见图 5(c) 与 (d)。表 1 给出了采用不同小波的 HMT 用于几幅经典实验图像的去噪结果对比。

针对多尺度 Markov 模型的树状结构导致的块效应, 也已提出了一些方法, 如后验平滑<sup>[8]</sup>、交叠树<sup>[9]</sup>、上下文模型<sup>[3,4]</sup>、HMT2<sup>[15]</sup>和基于冗余小波变换的 HMT<sup>[6]</sup>等。其中, 后验平滑方法只能应用于对多尺度数据直接建模的场合, 不适合于对多尺度数据的隐状态建模的场合; Bouman 等人提出的上下文模型虽然是对隐状态建模, 但只能应用于图像分割, 另外, 该方法无法得到精确的参数估计; 交叠树模型虽是一种更一般的模型(见图 3(a)), 但需要对多尺度数据做重采样, 这可能会破坏小波系数的统计特性。值得一提的是, 受到上下文模型的启发, 文[15]给出了一种改进的 HMT 模型—HMT2, 模型结构如图 3(b) 所示。HMT2 将 HMT 的每个节点由一维扩展到二维, 但保持了 HMT 的树状结构, 从而对应于一维信号的 2 状态的 HMT, HMT2 的状态数为 4, 对二维信号, 状态数增加为 16。HMT2 较 HMT 能更好地捕获长的小波滤波器产生的同一尺度间的小波系数的相关性, 因而适用于长度大于 2 的小波滤波器。但将这种模型用于图像去噪的实验结果也不理想, 虽然在小尺度上重构图像明显平滑, 但在更大的尺度上却产生了更严重的块效应, 图像质量在 MSE 和视觉效果上反而不如直接应用较长小波滤波器的 HMT。我们分析, 图像

质量下降的原因可能在于: (1) 状态数增加导致训练数据的相对不足; (2) 没能解决尺度内的相邻系数在树上的距离可能会很远这一问题。另外, 对于图像, 由于状态数大大增加, 训练算法的计算量也大大增加了。

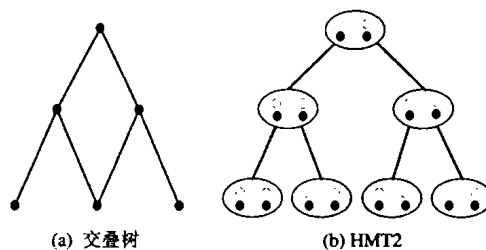


图 3

为此, 我们提出下述小波域隐 Markov 交叠树模型。

##### 4.1 小波域隐 Markov 交叠树模型的定义

对应于一维信号的 HMOLT 结构如图 4 所示, 图中的圆圈表示节点, 每个节点左上方的数字表示该节点的序号, 下方的 3 个数字表示该节点的小波系数的序号。

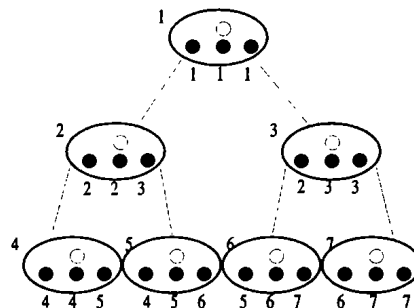


图 4 小波域隐 Markov 交叠树模型

与 HMT2 相同, HMOLT 对 HMT 的节点做了扩展, 并保持了 HMT 的树状结构。但与 HMT2 不同的是, HMOLT 同一尺度的相邻节点的数据是有交叠的, 即采用了一种冗余的数据表示形式。每于一维信号, 每个节点除了包括 HMT 所要求的小波系数外, 还包括了与该小波系数相邻的两个系数, 即每个节点的数据都是一个三维的向量; 对于二维信号, HMOLT 的每个节点的数据则是一个含 9 个分量的向量。对每一尺度上位于边界的节点进行扩展时, 可以采用对称扩展或周期扩展等不同的扩展方式, 图 4 中采用了对称扩展方式。为保证训练数据的相对充分和计算效率, 我们将状态数仍限制为 2。

由于同一尺度相邻节点的数据交叠, HMOLT 有望象交叠树模型那样, 有效地减轻因树状结构而产生的块效应, 而且, 与 HMT2 相同, HMOLT 也适合于较长的小波滤波器, 能更好地捕获同一尺度相邻小波系数间的相关性, 但避免了交叠树模型需对小波系数重采样和 HMT2 大尺度下的块效应加重和计算量大的缺点。在随后的去噪实验中, 我们可以看到, 这种简单的 2 状态交叠树模型不但能很有效地减轻块效应, 还对基于 MSE 的图像质量的提高有帮助。

由于 HMOLT 的数据是多维的, 需要用多元混合 Gauss 模型来对同一尺度的数据的分布建模, 定义:

$$g(x, \mu, \Sigma) = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right\} \quad (15)$$

为  $D$  元 Gauss 分布函数, 其中  $\Sigma$  为协方差阵。这时, 每个节点的小波系数  $W_i$  在状态  $S_i = m$  下的条件分布为:

$$f_{w_i|s_i}(w_i|S_i=m) = g(w_i, \mu_{i,m}, \Sigma_{i,m}) \quad (16)$$

模型参数的估计可利用多元混合 Gauss 模型的相应训练算法得到<sup>[16]</sup>。为简单起见,我们假定各分量相互独立,这时有:

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_b^2) \quad (17)$$

进而有:

$$f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=m) = \prod_{d=1}^D g(w_{i,d}|\mu_{i,d,m}, \sigma_{i,d,m}^2) \quad (18)$$

#### 4.2 模型的训练

定义  $\mu_{i,m} = (\mu_{i,1,m}, \mu_{i,2,m}, \dots, \mu_{i,D,m})$  和  $\sigma_{i,m}^2 = (\sigma_{i,1,m}^2, \sigma_{i,2,m}^2, \dots, \sigma_{i,D,m}^2)$ , HMOLT 的参数  $\theta$  包括:(1)根节点状态的概率  $p_{S_1}(m)$ ;(2)状态转移概率矩阵  $A_{i,p(i)}$ ;(3)混合模型的参数:  $\mu_{i,m}$  和  $\sigma_{i,m}^2$ 。

HMOLT 与 HMT 的训练算法基本相同,仅有的差别在于:在 E 步计算条件概率  $f_{w_i|S_i}(w_i|S_i=m)$  时,应以(18)式来取代(3)式;在 M 步,由于假定各分量相互独立,因此可以利用每一维的数据对该维的均值与方差独立的更新。

在二维情形下, HMOLT 的数据的维数虽然由 HMT 的 1 维增加到 9 维,但计算量不会有明显地增加,这是因为 EM 算法的计算量可以表示为节点间递推的计算量与节点内部的条件分布的计算量之和。与 HMT 相比, HMOLT 的状态数与节点数保持不变,因而节点间的递推计算的计算量保持不变;在每个节点内部,由于假设各分量相互独立,因此各分量的条件分布的计算量为原来的 9 倍。对于高斯分布,节点内条件分布的计算量远小于节点间的递推计算的计算量,因此, HMOLT 训练算法的计算量与 HMT 相比,并没有显著增加。

#### 4.3 基于 HMOLT 的图像去噪

对应于二维图像的 HMOLT,节点的数据是 9 维的,第 5 维数据都包含了重构原图像所需的全部小波系数(其它维的数据可能也是完整的,或仅仅缺少每一尺度上的一条或两条边缘上的小波系数,这与对边缘节点的数据扩展方式有关,如果采用周期扩展方式,则其它维的数据也是完整的),因此,在估计出 HMOLT 的参数后,直接对第 5 维数据应用(8)式,就可以给出原图像的估计:

$$\hat{y}_i = \sum_m p(S_i=m|w_i, \theta) \frac{\sigma_{i,5,m}^2}{\sigma_{i,5,m}^2 + \sigma_n^2} w_{i,5} \quad (19)$$

实验表明,基于(13)式的估计方法能有效地提高去噪的效果(MSE),但该方法并没有充分利用交叠树的优点,下面我们给出一种完全基于 HMOLT 的去噪算法。

因为 HMOLT 相邻节点的小波系数是交叠的,对于节点  $i$  的数据  $w_i$  的中心系数  $w_{i,5}$ ,注意到其序号与节点的序号是相同的(见图 4),因此为便于表示,我们也将之记为  $w_i$ 。显然,若  $i$  非边界节点,则  $w_i$  不仅存在于节点  $i$  中,也存在于与节点  $i$  在同一尺度上相邻的 8 个节点中,记这 9 个包括  $w_i$  的节点为  $i-4, \dots, i, \dots, i+4$ ,对于其中任一节点  $i+k$ ,都可以得到  $y_i$  的估计:

$$\hat{y}_{i,i+k} = \sum_m p(S_{i+k}=m|w_i, \theta) \frac{\sigma_{i+k,5-k,m}^2}{\sigma_{i+k,5-k,m}^2 + \sigma_n^2} w_i \quad (20)$$

再对这 9 个  $y_i$  的估计做平均,得到  $y_i$  最终的估计:

$$\hat{y}_i = \frac{1}{9} \sum_{k=-4}^4 \hat{y}_{i,i+k} \quad (21)$$

若  $i$  为边界节点(不包括四个顶节点),则存在 6 个包括  $w_i$  的节点,若  $i$  为顶节点,则只存在 4 个包括  $w_i$  的节点,因此,最终的估计式可写为:

$$\hat{y}_i = \begin{cases} \frac{1}{9} \sum_{k=-4}^4 \hat{y}_{i,i+k}, & i \text{ 为非边界节点} \\ \frac{1}{6} \sum_{k=-4}^{i+4} \hat{y}_{i,i+k}, & i \text{ 为边界节点} \\ \frac{1}{4} \sum_{k=-4}^{i+4} \hat{y}_{i,i+k}, & i \text{ 为顶节点} \end{cases} \quad (22)$$

式中的  $i-4, i+4$  与边界节点或顶节点的具体位置有关。

### 5 实验结果

我们将 HMOLT 用于对几幅经典光学图像的去噪,并与 HMT、DWT-thres(小波阈值)<sup>[17]</sup>、wiener2(二维自适应空域 wiener 滤波)等去噪方法做了比较。实验中,各图像大小均为  $256 \times 256$ ,且均被  $\sigma_n = 0.1$  的加性 Gauss 白噪声污染,各 HMT、HMOLT 的迭代次数均为 10 次。图 5 给出不同方法对“Boats”图像去噪的重构图像;表 1 给出了采用不同小波基的 HMT 的去噪结果(MSE);表 2 给出了 HMOLT 与 HMT 去噪的重构图像的块效应指标对比;表 3 给出了采用了不同小波基的 HMOLT,以及 DWT-thres、wiener2 的去噪结果。

从表 1 可以看出,采用 Db2、Db4、Db6 等连续正交小波的 HMT 要比采用 Haar 小波的 HMT 去噪效果在 MSE 指标上明显有提高,只有“Camera”图像是个例外,因为该图像基本是由低频的平滑区域构成,Haar 小波在 MSE 指标下反而能更好地逼近它。但在视觉效果上,Haar 小波的块效应却最为明显,越是平滑的区域,Haar 小波的块效应越明显,说明仅以 MSE 作为去噪的评价标准是很不准确的,与我们的主观视觉不完全相符。我们的块效应指标就很好地反映了这种视觉效果上的块效应,由表 2 可见,采用 Haar 小波的 HMT 的块效应指标一般都明显大于其它 HMT、HMOLT 方法的块效应指标,但对“Barbara”图像、各种方法的块效应指标相差不大,因为“Barbara”图像包含了太多的高频纹理,不管采用何种方法,视觉效果上的块效应都并不明显。结合 MSE 与块效应指标,就能给出各种多尺度去噪方法的一个综合评价。从表 2 和表 3 中还可以看出,基于 HMOLT 的去噪方法无论是在 MSE 还是在块效应指标上都要优于基于 HMT 的方法。

表 1 采用不同小波基的 HMT 的去噪结果(MSE)

图像	HMT(Haar)	HMT(Db2)	HMT(Db4)	HMT(Db6)
Barbara	234.4	223.1	214.2	219.1
Boats	136.7	129.4	119.6	127.9
Camera	140.8	143.3	144.5	148.7
Lena	142.8	131.5	124.9	133.8

表 2 HMOLT 与 HMT 去噪的块效应指标对比

图像	HMT(haar)	HMT(db4)	HMOLT(db4)
Barbara	0.0062	0.0064	0.0053
Boats	0.0308	0.0182	0.0110
Camera	0.0185	0.0103	0.0091
Lena	0.0207	0.0139	0.0117

表 3 采用了不同小波基的 HMOLT,以及 DWT-thres、wiener2 的去噪结果(MSE)

图像	HMOLT (Db2)	HMOLT (Db4)	HMOLT (Db6)	DWT-thres (Db4)	5×5 wiener2
Barbara	213.7	202.9	201.2	365.9	267.1
Boats	125.5	116.7	115.8	187.0	165.9
Camera	138.0	133.6	136.3	216.0	161.3
Lena	128.4	117.7	119.6	186.4	154.3

**结论** 本文在小波域隐 Markov 树模型的基础上,提出了小波域隐 Markov 交叠树模型及相应的图像去噪算法,该模型能有效地减轻 HMT 的块效应,而计算量并没有显著增加。在图像去噪的应用中,为能更精确地评价该方法对块效应的减轻程度,我们还给出了一种新的块效应评价指标,利用该

(下转第 223 页)

接位置准确,算法有效可行。下一阶段我们将研究存在位移和旋转的图像拼接;同时寻找校正亮度和对比度的方法,以解决拼接后的图像颜色不协调问题。

### 参考文献

- 1 钟力,胡晓峰. 重叠图像拼接算法. 中国图像图形学报, 1998, 3(5): 367~370
- 2 李志刚. 边界重叠图像的一种快速拼接算法. 计算机工程, 2000, 26(5): 37~38
- 3 孟祥旭,杨承磊. 基于未校准照片构造全景图的新方法. 工程图学学报, 2002, 23(3): 100~114

- 4 王玉珍. 边缘重叠图像拼接中的特征块选取. 西北师范大学学报, 2002, 38(2): 38~40
- 5 李胜睿,等. 基于梯度滤波的彩色图像快速拼接与实现技术. 厦门大学学报, 2003, 42(1): 29~34
- 6 丁迎,洪继光. 图像拼接中伪匹配的判别和消解. 中国图像图形学报, 1999, 4(10): 886~890
- 7 李红,等. 向量小波在图像拼接中的应用. 华中理工大学学报, 1999, 27(11): 21~22
- 8 孙庆杰,吴恩华. 一种新的用于图像拼接的颜色融合方法. 工程图学学报, 1998, 19(4): 65~74

(上接第211页)

指标来评价不同的多尺度去噪方法产生的块效应,能与我们的主观视觉很好地吻合。从实验中也可以看出, HMOLT 及基于 HMOLT 的图像去噪算法不仅能有效地减轻重构图像的

块效应,而且在 MSE 方面和主观视觉方面也比 HMT 方法要好。最后,有必要指出,我们的块效应评价准则虽然基于图像去噪,但 HMOLT 本身是一种更为一般的图像或信号模型,可以应用于图像分割等其它场合。

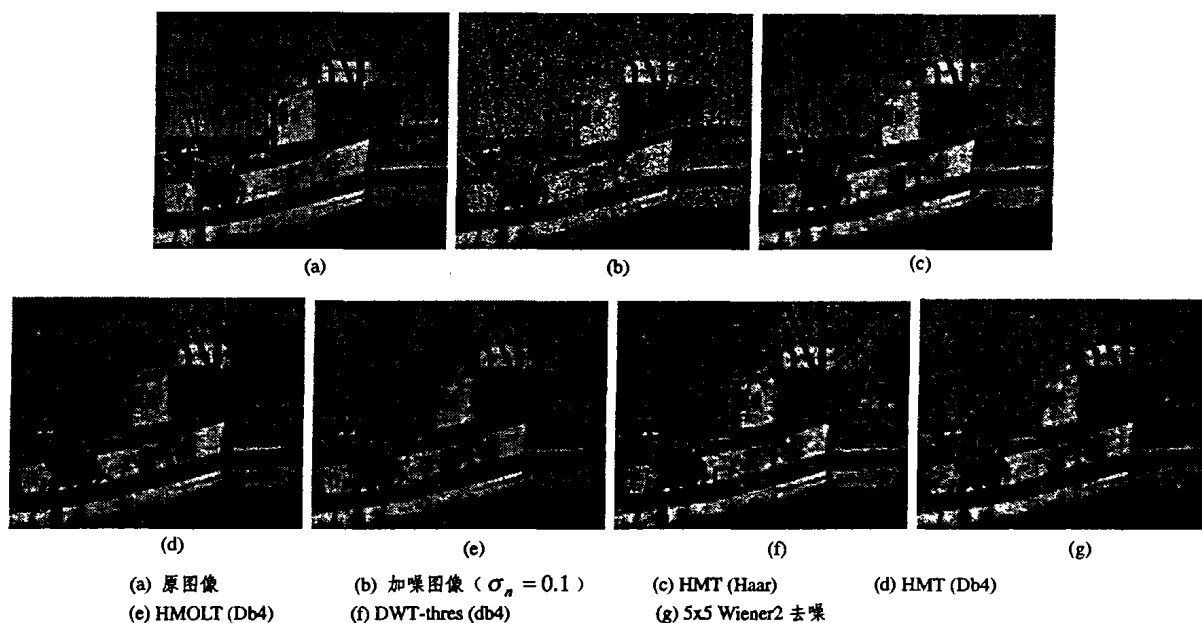


图5 几种不同方法对“Boats”图像的去噪结果,其中,(a)原图像,(b)加噪图像( $\sigma_n = 0.1$ ), (c)HMT(Haar), (d)HMT (D64), (e)HMOLT(D64), (f)DWT-thres(db4), (g)5×5 Wiener2去噪。

### 参考文献

- 1 Basseville M, et al. Modeling and estimation of multiresolution stochastic processes. IEEE Trans. Inform. Theory, 1992, 38: 766~784
- 2 Chou K C, Golden S A, Willsky A S. Multiresolution stochastic models, data, fusion, and wavelet transforms. Signal Process, 1993, 34: 257~282
- 3 Bouman C A, Shapiro M. A multiscale random field model for Bayesian image segmentation. IEEE Trans. Image Processing, 1994, 3: 162~177
- 4 Cheng H, Bouman C A. Multiscale Bayesian segmentation using a trainable context model. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10: 511~525
- 5 Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-Based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models. IEEE Trans. Signal Processing, 1998, 46: 886~902
- 6 Romberg J K, Choi H, Baraniuk R G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10: 1056~1068
- 7 Choi H, Baraniuk R G. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden Markov models. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10: 1309~1321
- 8 Luetgten M R, Karl W C, Willsky A S. Efficient multiscale regularization with applications to the computation of optical flow.

- IEEE Trans. Image Processing, 1994, 3: 41~64
- 9 Irving W, Fieguth P, Willsky A. An overlapping tree approach to multiscale stochastic modeling and estimation. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6: 1517~1529
- 10 Chipman H, Kolaczyk E, McCulloch R. Adaptive Bayesian wavelet shrinkage. J. Amer. Stat. Assoc., 1997, 92
- 11 Simoncel E P. Statistical models for images: Compression, restoration and synthesis. In: Proc. 31st Asilomar Conf. Pacific Grove, CA, 1997. 673~678
- 12 Mallat S, Zhong S. Characterization fo signals from multiscale edges. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 1992, 14: 710~732
- 13 Shapiro J. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. IEEE Trans. Signal Processing, 1993, 41: 3445~3462
- 14 Pesquet J, Krim H, Hamman E. Bayesian approach to best basis selection. In: IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process, ICASSP. Atlanta, GA, 1996. 2634~2637
- 15 Fan Guoliang, Xia Xianggen. Improved hidden Markov models in the wavelet-domain. IEEE Trans. Signal processing, 2001, 49: 115~120
- 16 McLachlan G, Peel D. Finite mixture models. New York: John Wiley & Sons, 2001
- 17 Donoho D L. De-Noising by Soft-Thresholding. IEEE Trans. on Information Theory, 1995, 41: 613~627